



## Sistem Kendali *Fuzzy* Bertipe-2 Interval dengan Struktur Adaptif Beracuan Model

Bambang Riyanto<sup>1</sup> & Wakhyu Dwiono<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung

<sup>2</sup>Program Studi Teknik Elektro FT, Univ. Muhammadiyah Purwokerto

E-mail : [briyanto@lskk.ee.itb.ac.id](mailto:briyanto@lskk.ee.itb.ac.id)

**Abstrak.** Pengendali *fuzzy* adaptif merupakan pengendali *fuzzy* dengan parameter yang dapat berubah untuk menyesuaikan diri terhadap perubahan kondisi kendalian (*plant*). Dalam makalah ini disajikan rancangan dan implementasi struktur pengendali adaptif beracuan model. Pengendali logika *fuzzy* bertipe-2 interval dengan aksi menyerupai PD digunakan dan kinerjanya dievaluasi. Struktur pengendali *fuzzy* ini diterapkan pada pengendalian pendulum terbalik. Dari hasil simulasi dan eksperimen ditunjukkan bahwa dengan fungsi keanggotaan, kaidah *fuzzy* dan skala yang sama, pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-2 interval memiliki kinerja yang lebih baik jika dibandingkan dengan yang bertipe-1.

**Kata kunci:** *sistem kendali; sistem fuzzy bertipe-2 interval; kendali adaptif dengan acuan model; pendulum terbalik.*

**Abstract.** Adaptive fuzzy controller is a fuzzy controller that has ability to change its parameters when the plant's operating conditions vary. In this paper, design and implementation of model reference adaptive fuzzy control are presented. Interval type-2 fuzzy logic controller with PD-like action is employed and its performance is studied. The fuzzy controller structure is applied to control an inverted pendulum. Simulation and experimental study shows that by using similar membership function, fuzzy rules and scaling, interval type-2 adaptive fuzzy logic controller provides better control system performance compared to type-1 fuzzy controller.

**Keywords:** *control system; interval type-2 fuzzy system; model reference adaptive control; inverted pendulum.*

### 1 Pendahuluan

Tujuan fundamental sistem kendali adalah membawa trayektori sistem untuk mengikuti acuan yang diinginkan. Dalam merancang suatu sistem kendali, pengetahuan tentang *plant* adalah sangat penting. Dalam perancangan sistem kendali menggunakan metoda kendali klasik maupun modern, model dinamik *plant* perlu diketahui dengan baik karena metoda-metoda ini mendasarkan pada

model matematis[8,9]. Cara ini dikenal sebagai pendekatan analitis dalam perancangan sistem kendali.

Sistem kendali yang dirancang menggunakan metoda analitis dapat mengalami penurunan kinerja atau bahkan tidak stabil, bilamana terjadi perubahan parameter *plant*, nonlinieritas, ketidaksempurnaan dalam proses identifikasi, delay dari implementasi digital yang diabaikan dalam perancangan dan sebagainya. Dengan menggunakan pengendali yang dapat beradaptasi, dengan kata lain parameter kendali dapat ditala[7], trayektori sistem dapat dipertahankan mengikuti sinyal acuan yang dikehendaki.

Bilamana pengetahuan tentang *plant* terbatas, kendali *fuzzy* dapat merupakan alternatif yang efektif[2,10,11]. Metoda ini didasarkan pada cara penalaran manusia dalam mengolah informasi yang tidak tegas (kabur). Dalam hal ini, strategi kendali didasarkan pada cara bagaimana seorang pakar atau operator yang ahli mengendalikan sistem. Cara lain strategi kendali didasarkan pada prinsip respons ideal suatu sistem kendali terhadap masukan tangga, dan membangkitkan sinyal kendali yang sesuai dengan galat yang diamati [10,11]. Penelitian dalam kendali *fuzzy* sejauh ini difokuskan pada sistem *fuzzy* bertipe-1, dimana fungsi keanggotaan memiliki bentuk yang tegas. Namun demikian, dalam praktek seringkali terdapat kekaburan dalam interpretasi sebuah himpunan *fuzzy*. Disamping itu, seringkali terdapat derau yang menyisipi data. Pada kasus seperti ini, sistem *fuzzy* berjenis ke-1 memiliki keterbatasan dalam merepresentasikan ketidakpastian tersebut. Dalam teori *fuzzy*, dikembangkan sistem *fuzzy* bertipe-2, diantaranya dengan fungsi keanggotaan berbentuk interval. Meskipun teori yang mendasari sistem *fuzzy* bertipe-2 telah diajukan [1,3-5], penerapannya dalam struktur kendali *fuzzy* adaptif belum diteliti dalam literatur. Terdapat dua kontribusi makalah ini dibandingkan literatur lain dalam sistem *fuzzy* bertipe-2[1,3-5,6] : 1) mengusulkan struktur kendali adaptif *fuzzy* bertipe-2 dengan acuan model, dan 2) melakukan kajian secara eksperimental implementasinya dalam pengendalian pendulum terbalik.

Makalah ini diorganisasi sebagai berikut. Pada Bagian 2 diperkenalkan sistem *fuzzy* bertipe-2 dengan bentuk keanggotaan interval. Pada bagian ini juga disajikan struktur kendali adaptif *fuzzy* dengan acuan model. Pada Bagian 3 didiskusikan *plant* pendulum terbalik yang akan digunakan dalam sistem kendali. Pada Bagian 4 disajikan rancangan sistem kendali *fuzzy*. Pada Bagian 5 didiskusikan hasil simulasi kendali. Pada Bagian 6 disajikan hasil eksperimen. Kesimpulan disajikan pada Bagian 7.

## 2 Pengendali *Fuzzy* Adaptif Bertipe-2 Interval

### 2.1 Logika *Fuzzy* Bertipe-2 Interval

Sistem logika *fuzzy* (SLF) bertipe-2 merupakan perluasan dari sistem logika *fuzzy* bertipe-1. Fungsi keanggotaan dalam sistem logika *fuzzy* bertipe-2 memiliki dua derajat keanggotaan, yaitu derajat keanggotaan primer dan sekunder (yang merupakan derajat keanggotaan dari derajat keanggotaan primer). Sedangkan derajat keanggotaan sekunder dalam sistem logika *fuzzy* bertipe-2 interval adalah bernilai 1, yang digambarkan sebagai arsiran yang seragam seperti ditunjukkan pada Gambar 1. Selanjutnya bentuk semacam ini disebut FOU (*footprint of uncertainty*)[3].

Himpunan *fuzzy* bertipe-2 dinotasikan sebagai  $\tilde{A}$ , sedangkan derajat keanggotaan  $x$  dalam  $\tilde{A}$ , dinotasikan dengan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ . Secara formal himpunan *fuzzy* bertipe-2 diekspresikan sebagai

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_u f_x(u)/u, \quad u \in J \subseteq [0, 1] \quad (1)$$

Simbol  $\int_u$  menyatakan himpunan derajat keanggotaan *fuzzy*. Operasi irisan dalam himpunan *fuzzy* bertipe-2 disebut *meet*, dinotasikan dengan  $\cap$ , sedangkan operasi gabungan disebut *join* dan dinotasikan dengan  $\cup$ .

Asumsikan sebuah sistem logika *fuzzy* bertipe-2 dengan kaidah dasar sebanyak  $M$ , setiap kaidah memiliki *antecedent* sebanyak  $p$ . Jika kaidah ke- $l$  dinotasikan  $R^l$ , sedemikian sehingga

$$R^l : \text{JIKI } x_1 \text{ adalah } \tilde{F}_1^l, x_2 \text{ adalah } \tilde{F}_2^l, \dots, \text{ dan } x_p \text{ adalah } \tilde{F}_p^l, \\ \text{MAKA } y \text{ adalah } \tilde{G}^l$$

maka fungsi keanggotaan kaidah yang aktif  $\mu_{\tilde{B}^l}(y)$ , dituliskan berdasarkan kaidah komposisi sup-star yang diperluas sebagai

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \bigcup_{x \in X} [\mu_{\tilde{A}_x}(x) \cap \mu_{\tilde{A}^l \rightarrow \tilde{B}^l}(x, y)] \quad (2)$$

dimana  $X$  adalah ruang kartesian berdimensi  $p$ , yaitu  $X = X_1 \times \dots \times X_p$ , sedangkan  $X_k$  adalah domain dari  $x_k$ , ( $k=1, \dots, p$ ) dan  $\tilde{A}_x$  didefinisikan sebagai

$$\mu_{\tilde{A}_x}(x) = \mu_{\tilde{X}_1 \times \dots \times \tilde{X}_p}(x) = \mu_{\tilde{X}_1}(x_1) \cap \dots \cap \mu_{\tilde{X}_p}(x_p) \quad (3)$$

selanjutnya

$$\mu_{\tilde{A}^l \rightarrow \tilde{G}^l}(x, y) = \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \mu_{\tilde{F}_2^l}(x_2) \cap \dots \cap \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \mu_{\tilde{G}^l}(y). \quad (4)$$

Dengan mesubstitusikan Persamaan (4) dan (3) ke Persamaan (2), diperoleh

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \left\{ \bigcup_{x \in X} \left\{ [\mu_{\tilde{X}_1}(x_1) \cap \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1)] \cap \dots \cap [\mu_{\tilde{X}_p}(x_p) \cap \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p)] \right\} \right\}, \quad y \in Y. \quad (5)$$

Dengan mengambil

$$\mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k) = \mu_{\tilde{X}_k}(x_k) \cap \mu_{\tilde{F}_k^l}(x_k),$$

maka

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \cap \left\{ \bigcup_{x \in X} [\bigcup_{k=1}^p \mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)] \right\}, \quad y \in Y \quad (6)$$

Dengan menganggap terdapat  $N$  buah kaidah yang aktif dari  $M$  buah kaidah yang ada, maka

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \bigcup_{l=1}^N \mu_{\tilde{B}^l}(y), \quad y \in Y \quad (7)$$

Selanjutnya, dengan mengambil

$$\mu_{\tilde{Q}^l}(x) = \bigcap_{k=1}^p \mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k) \quad (8)$$

dan

$$F^l = \bigcup_{x \in X} [\bigcap_{k=1}^p \mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)] = \bigcup_{x \in X} \mu_{\tilde{Q}^l}(x) \quad (9)$$

maka Persamaan (6) menjadi

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \cap F^l, \quad y \in Y. \quad (10)$$

Secara umum beban komputasi sistem logika *fuzzy* bertipe-2 lebih tinggi dibandingkan tipe-1. Proses komputasi menjadi lebih sederhana jika fungsi keanggotaan yang digunakan bertipe interval.

## 2.2 Operasi *Meet* dan *Join* untuk Himpunan Interval

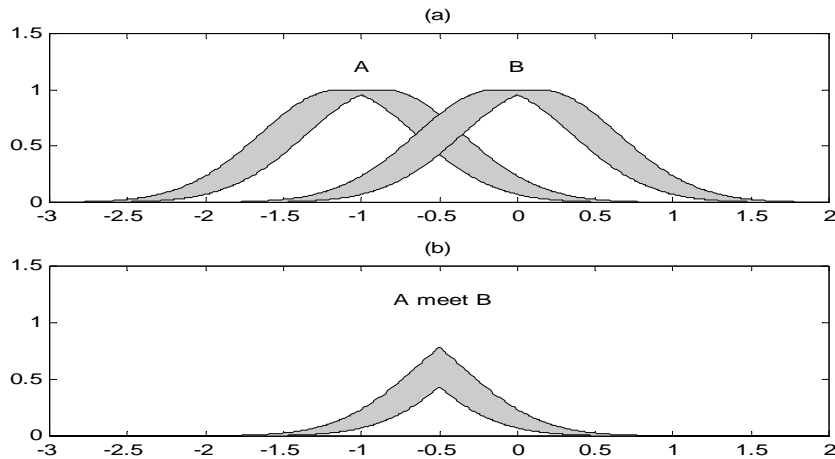
### 2.2.1 Operasi *Meet* Himpunan Interval

Misalkan  $F = \int_{v \in F} 1/v$  dan  $G = \int_{w \in G} 1/w$  adalah dua himpunan interval bertipe-1 dengan domain  $v \in [l_f, r_f] ([l_f, r_f] \subseteq [0, 1])$  dan  $w \in [l_g, r_g] ([l_g, r_g] \subseteq [0, 1])$ , maka operasi *meet* antara  $F$  dan  $G$  adalah:  $Q = F \cap G \left( Q = \int_{v \in Q} 1/q \right)$ , yang dalam *t-norm* minimum (perkalian) didefinisikan sebagai

$$Q = F \cap G = \int_{q \in [l_f * l_g, r_f * r_g]} 1/q \quad (11)$$

dimana  $q = v * w$ .

Operasi *meet* dari dua himpunan fuzzy bertipe-2 interval, secara grafis dapat dilihat pada Gambar 1.



**Gambar 1** Operasi *meet* pada himpunan fuzzy bertipe-2 interval, (a) himpunan fuzzy  $A$  dan  $B$ , (b)  $A \cap B$ .

### 2.2.2 Operasi *Join* Himpunan Interval

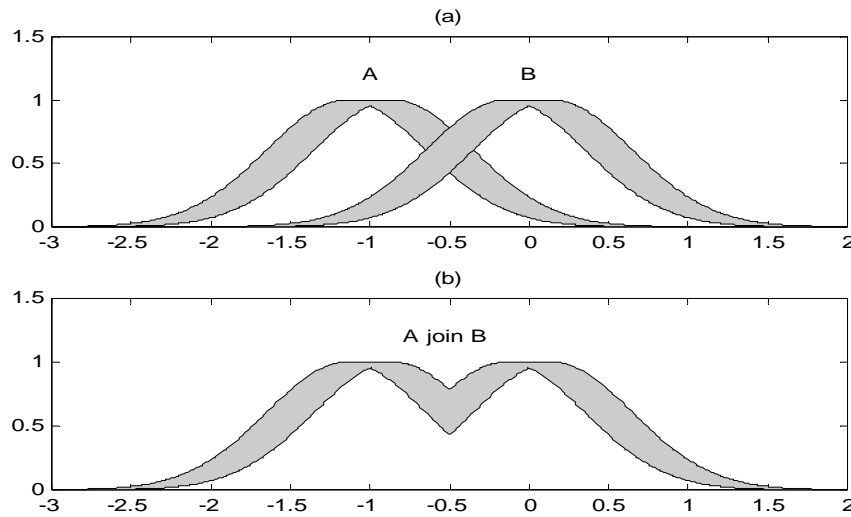
Misalkan himpunan  $F$  dan  $G$  seperti telah didefinisikan pada bagian sebelumnya, maka operasi *join* antara  $F$  dan  $G$  adalah

$Q = F \cup G \left( Q = \int_{v \in Q} 1/q \right)$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$$Q = F \cup G = \int_{q \in [l_f \vee l_g, r_f \vee r_g]} 1/q \quad (12)$$

dimana  $q = v \vee w$ .

Operasi *join* dari dua himpunan *fuzzy* bertipe-2 interval secara grafis dapat dilihat pada Gambar 2.



**Gambar 2** Operasi *join* pada himpunan *fuzzy* tipe 2 interval, (a) himpunan *fuzzy* A dan B, (b)  $A \cup B$ .

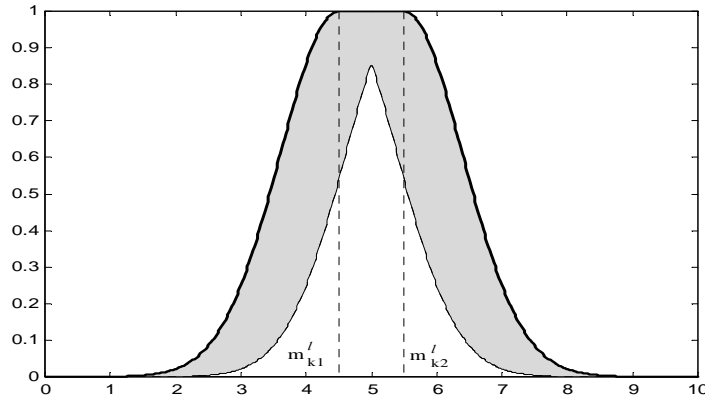
### 2.3 Fungsi Keanggotaan Bagian Atas dan Bagian Bawah

*Footprint of uncertainty* (FOU) adalah daerah terbatas yang memuat ketidakpastian derajat keanggotaan primer dari fungsi keanggotaan bertipe 2. Fungsi keanggotaan bagian atas dan bagian bawah merupakan dua buah fungsi keanggotaan bertipe-1 yang membatasi *footprint of uncertainty* fungsi keanggotaan interval bertipe-2. Fungsi keanggotaan bagian atas adalah himpunan bagian yang memiliki derajat keanggotaan tertinggi dalam FOU, sedangkan fungsi keanggotaan bagian bawah adalah sebaliknya.

Gambar 3 memperlihatkan salah satu contoh bentuk fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* bertipe-2 interval (fungsi Gauss dengan pergeseran titik tengah), Daerah yang diarsir merupakan FOU. Fungsi keanggotaan dalam Gambar 3 didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_k^l(x_k) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_k - m_k^l}{\sigma_k^l}\right)^2\right], \quad m_k^l \in [m_{k1}^l, m_{k2}^l] \quad (13)$$

dengan  $k=(1, \dots, p)$  adalah jumlah *antecedent*,  $l=(1, \dots, M)$  adalah jumlah kaidah.



**Gambar 3** Fungsi keanggotaan interval bertipe-2, garis tebal adalah fungsi keanggotaan bagian atas, sedangkan garis tipis adalah fungsi keanggotaan bagian bawah.

Dengan mengambil

$$N(m_{k1}^l, \sigma_k^l; x_k) \cong \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_k - m_{k1}^l}{\sigma_k^l}\right)^2\right) \quad (14)$$

maka fungsi keanggotaan bagian atas didefinisikan sebagai berikut:

$$\bar{\mu}_k^l(x_k) = \begin{cases} N(m_{k1}^l, \sigma_k^l; x_k), & x_k < m_{k1}^l \\ 1, & m_{k1}^l \leq x_k \leq m_{k2}^l \\ N(m_{k2}^l, \sigma_k^l; x_k), & x_k > m_{k2}^l \end{cases} \quad (15)$$

Sedangkan fungsi keanggotaan bagian bawah didefinisikan sebagai berikut:

$$\underline{\mu}_k^l(x_k) = \begin{cases} N(m_{k1}^l, \sigma_k^l; x_k), & x_k \leq \frac{m_{k1}^l + m_{k2}^l}{2} \\ N(m_{k2}^l, \sigma_k^l; x_k), & x_k > \frac{m_{k1}^l + m_{k2}^l}{2} \end{cases} \quad (16)$$

Untuk selanjutnya, fungsi keanggotaan bagian atas dan bagian bawah ditandai dengan tanda garis atas dan garis bawah. Sebagai contoh fungsi keanggotaan bagian atas dari  $\mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)$  adalah  $\bar{\mu}_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)$  dan bagian bawah adalah  $\underline{\mu}_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)$ , sehingga

$$\mu_{\tilde{Q}_k^l}(x_k) = \int_{q^l \in [\underline{\mu}_{\tilde{Q}_k^l}(x_k), \bar{\mu}_{\tilde{Q}_k^l}(x_k)]} 1/q^l \quad (17)$$

dengan cara yang sama, maka  $\mu_{\tilde{X}_k}(x_k)$  dan  $\mu_{\tilde{F}_k^l}(x_k)$  dapat ditulis menjadi

$$\mu_{\tilde{X}_k}(x_k) = \int_{v^l \in [\underline{\mu}_{X_k}(x_k), \bar{\mu}_{X_k}(x_k)]} 1/v^l \quad (18)$$

$$\mu_{\tilde{F}_k^l}(x_k) = \int_{w^l \in [\underline{\mu}_{F_k^l}(x_k), \bar{\mu}_{F_k^l}(x_k)]} 1/w^l \quad (19)$$

## 2.4 Sistem Logika Fuzzy Bertipe-2 Interval

### 2.4.1 Fuzzifikasi dan Inferensi

Pada sistem logika fuzzy, jika sinyal/informasi masukan di-fuzzifikasi menggunakan himpunan fuzzy bertipe-2 interval maka  $F^l$  pada Persamaan (9) merupakan himpunan interval bertipe-1 [1,3-5], yakni  $F^l = [\underline{f}^l, \bar{f}^l]$ , dimana

$$\underline{f}^l = \sup_{x \in X} \int_{X_1} \cdots \int_{X_p} [\underline{\mu}_{\tilde{X}_1}(x_1) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_1)] * \cdots * [\underline{\mu}_{\tilde{X}_p}(x_p) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_p)] / x \quad (20)$$

dan

$$\bar{f}^l = \sup_{x \in X} \int_{X_1} \cdots \int_{X_p} [\bar{\mu}_{\tilde{X}_1}(x_1) * \bar{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_1)] * \cdots * [\bar{\mu}_{\tilde{X}_p}(x_p) * \bar{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_p)] / x \quad (21)$$

(lihat Gambar 6). Kaidah  $R^l$  mengaktifkan himpunan konsekuen dengan derajat keanggotaan sebagai berikut (dari Persamaan (10)),

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \int_{b^l \in [\underline{f}^l * \underline{\mu}_{\tilde{G}^l}(y), \bar{f}^l * \bar{\mu}_{\tilde{G}^l}(y)]} 1/b^l \quad (22)$$

dimana  $\underline{\mu}_{\tilde{G}^l}(y)$  dan  $\bar{\mu}_{\tilde{G}^l}(y)$  adalah fungsi keanggotaan bagian bawah dan bagian atas dari  $\mu_{\tilde{G}^l}(y)$ . Agregasi himpunan fuzzy  $\mu_{\tilde{B}}(y)$  diberikan oleh (dari Persamaan (7))



$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \int_{b \in [\underline{f}^1 * \underline{\mu}_{\tilde{G}^1}(y)] \vee \dots \vee [\underline{f}^N * \underline{\mu}_{\tilde{G}^N}(y)] [\bar{f}^1 * \bar{\mu}_{\tilde{G}^1}(y)] \vee \dots \vee [\bar{f}^N * \bar{\mu}_{\tilde{G}^N}(y)]} 1/b \quad (23)$$

Jika masukan di-fuzzifikasi menggunakan himpunan *fuzzy* bertipe-1, maka  $\mu_{\tilde{X}_k} \rightarrow \mu_{X_k} (k=1, \dots, p)$ , yaitu fungsi keanggotaan bagian atas dan bagian bawah digabung sehingga

$$\underline{f}^l = \sup_{x \in X} \int_{X_1} \dots \int_{X_p} [\mu_{X_1}(x_1) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1)] * \dots * [\mu_{X_p}(x_p) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p)] / x \quad (24)$$

dan

$$\bar{f}^l = \sup_{x \in X} \int_{X_1} \dots \int_{X_p} [\mu_{X_1}(x_1) * \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1)] * \dots * [\mu_{X_p}(x_p) * \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p)] / x \quad (25)$$

Proses ini dapat dilihat pada Gambar 5.

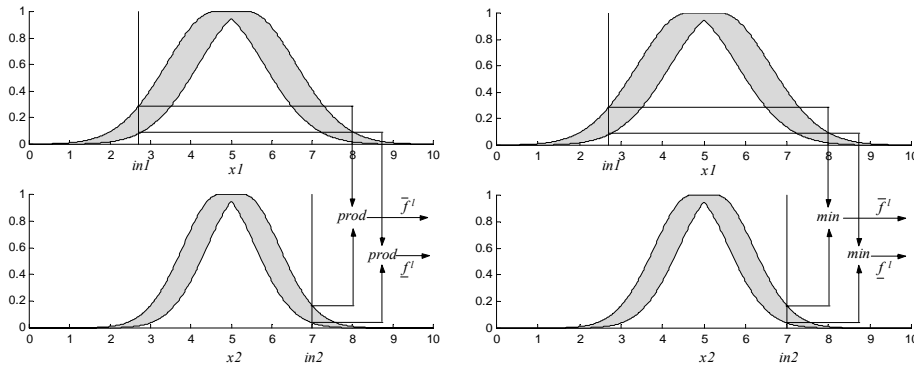
Dalam sistem logika *fuzzy* bertipe-2 interval dengan fuzzifikasi *singleton*, operasi *meet* didefinisikan menggunakan t-norm minimum atau perkalian, sehingga dalam kasus ini nilai  $\underline{f}^l$  dan  $\bar{f}^l$  adalah [1,3-5]

$$\underline{f}^l = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (26)$$

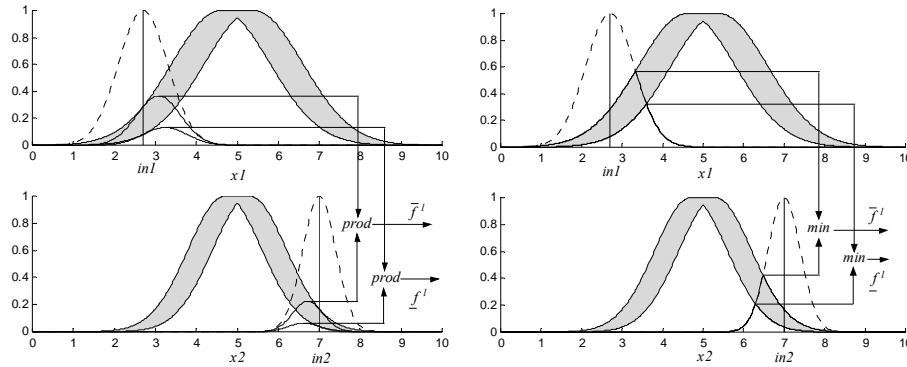
dan

$$\bar{f}^l = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \dots * \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (27)$$

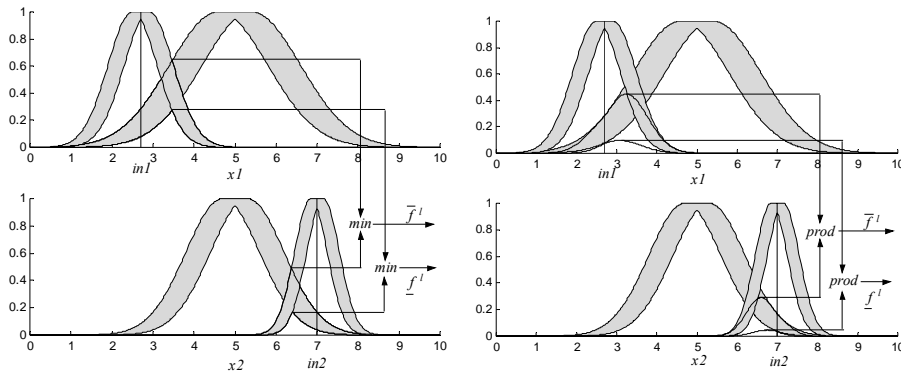
dimana  $x_i (i=1 \dots p)$  menunjukan lokasi *singleton*. Proses ini dapat dilihat pada Gambar 4.



**Gambar 4** Operasi *meet* pada SLF bertipe-2 interval menggunakan operasi minimum dan perkalian untuk *singleton* bertipe-1.



**Gambar 5** Operasi *meet* pada SLF bertipe-2 interval menggunakan operasi minimum dan perkalian untuk *nonsingleton* bertipe-1.



**Gambar 6** Operasi *meet* pada SLF bertipe-2 interval menggunakan operasi minimum dan perkalian untuk *nonsingleton* bertipe-2.

#### 2.4.2 Reduksi tipe dan defuzzifikasi

Setelah melewati proses fuzzifikasi, inferensi *fuzzy*, reduksi tipe dan defuzzifikasi, keluaran SLF bertipe-2 merupakan besaran nyata. Ada beberapa cara mereduksi tipe, diantaranya adalah *centroid*, *height* dan *center of set*. Secara umum keluaran dari SLF bertipe-2 interval adalah

$$Y(Z_1, \dots, Z_M, W_1, \dots, W_M) = \int_{Z_1} \dots \int_{Z_M} \int_{W_1} \dots \int_{W_M} 1 / \frac{\sum_{l=1}^M w_l z_l}{\sum_{l=1}^M w_l} \quad (28)$$

Setiap  $Z_l$  ( $l=1, \dots, M$ ) adalah himpunan bertipe 1 interval, yang memiliki pusat  $c_l$  dan lebar (*spread*)  $s_l$  ( $s_l \geq 0$ ). Setiap  $W_l$  juga merupakan himpunan tipe 1 interval yang memiliki pusat  $h_l$  dan lebar (*spread*)  $\Delta_l$  ( $\Delta_l \geq 0$ ), dengan anggapan  $h_l \geq \Delta_l$  sehingga  $w_l \geq 0$  untuk  $l=1, \dots, M$ . Demikian juga  $Y$  merupakan himpunan bertipe 1 interval, sehingga evaluasi dilakukan pada titik paling kiri ( $y_{ki}$ ) dan paling kanan ( $y_{ka}$ ). Nilai  $y_{ki}$  memiliki ketergantungan terhadap nilai  $c_l - s_l$  dan salah satu titik batas dari  $W_i$ , sedangkan nilai  $y_{ka}$  tergantung pada nilai  $c_l + s_l$  dan salah satu titik batas dari  $W_i$ . Komputasi berikut digunakan selama iterasi dalam menghitung nilai  $y_{ki}$  dan  $y_{ka}$ .

$$S(w_1, \dots, w_M) \cong \frac{\sum_{l=1}^M w_l z_l}{\sum_{l=1}^M w_l} \quad (29)$$

dengan  $w_l \in [h_l - \Delta_l, h_l + \Delta_l]$  dan  $h_l \geq \Delta_l$  untuk  $l=1, \dots, M$  sedangkan  $z_l \in [c_l - s_l, c_l + s_l]$ .  $S$  memiliki nilai maksimum pada  $y_{ka}$ . Untuk menghitung  $y_{ka}$ , pertama kita menggunakan  $z_l = c_l + s_l$  untuk ( $l=1, \dots, M$ ) dengan tanpa menghilangkan asas umum,  $z_l$  dianggap telah tersusun dari nilai terkecil hingga terbesar, yaitu  $z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_M$ . Langkah selanjutnya adalah:

1. menghitung  $S' = S(h_1, \dots, h_M)$  menggunakan Persamaan (29), dengan  $w_l = h_l$  untuk  $l = 1, \dots, M$ ;
2. mencari  $k$  ( $1 \leq k \leq M-1$ ) demikian sehingga  $z_k \leq S' \leq z_{k+1}$ ;
3. menghitung  $S'' = S(h_1 - \Delta_1, \dots, h_k - \Delta_k, h_{k+1} + \Delta_{k+1}, \dots, h_M + \Delta_M)$  menggunakan Persamaan (29), dengan  $w_l = h_l - \Delta_l$  untuk  $l \leq k$  dan  $w_l = h_l + \Delta_l$  untuk  $l \geq k+1$ ;
4. memeriksa apakah  $S'' = S'$ , jika ya maka iterasi berhenti; jika tidak, selanjutnya ke langkah 5;
5. mengganti nilai  $S'$  dengan  $S''$ , selanjutnya ke langkah 2.

Nilai minimum  $S(w_1, \dots, w_M)$  yaitu  $y_{ki}$ , dapat dihitung menggunakan prosedur yang sama seperti langkah di atas. Hanya ada dua perubahan yaitu menggunakan  $z_l = c_l - s_l$  untuk ( $l=1, \dots, M$ ). Selanjutnya pada langkah 3, untuk menghitung  $S'' = S(h_1 + \Delta_1, \dots, h_k + \Delta_k, h_{k+1} - \Delta_{k+1}, \dots, h_M - \Delta_M)$  digunakan  $w_l = h_l + \Delta_l$  untuk  $l \leq k$  dan  $w_l = h_l - \Delta_l$  untuk  $l \geq k+1$ . Prosedur ini dapat digunakan untuk semua jenis pereduksi.

#### 1. Reduksi *Centroid*

Nilai yang dievaluasi dalam pereduksi ini adalah hasil *join* dari *antecedent* kaidah yang aktif. Dengan menggunakan prosedur di atas, maka  $M$  adalah banyaknya diskritisasi semesta pembicaraan  $Y$  sehingga  $Y(y_1, \dots, y_M)$ ,  $c_l = y_i$ ;

$s_l = 0$ .  $\mu_{\bar{B}}(y_i)$  memiliki domain  $[L_i, R_i]$ , sehingga  $h_l = (L_i + R_i)/2$  dan  $\Delta_l = (R_i - L_i)/2$ .

$$Y_c(x) = \int_{\theta_1} \cdots \int_{\theta_N} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M y_i \theta_i}{\sum_{i=1}^M \theta_i} \quad (30)$$

## 2. Reduksi Ketinggian

Reduksi ketinggian dihitung melalui

$$Y_h(x) = \int_{\theta_1} \cdots \int_{\theta_M} 1 / \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \theta_l}{\sum_{l=1}^M \theta_l} \quad (31)$$

$\bar{y}^l$  adalah titik dalam semesta pembicaraan  $Y$  yang memiliki nilai derajat keanggotaan paling tinggi dalam kaidah ke- $l$ . Untuk menggunakan prosedur reduksi di atas, maka  $c_l = \bar{y}^l$ ,  $s_l = 0$ .  $\mu_{\bar{B}}(\bar{y}^l)$  memiliki domain  $[L_l, R_l]$ , sehingga  $h_l = (L_l + R_l)/2$  dan  $\Delta_l = (R_l - L_l)/2$ .

## 3. Reduksi Pusat Himpunan

Untuk pereduksi jenis ini, yang pertama dilakukan adalah mencari nilai centroid ( $C_l$ ) dari himpunan interval konsekuen setiap kaidah yang aktif. Domain dari  $C_l$  adalah  $[L_l^c, R_l^c]$ , sehingga  $c_l = (L_l^c + R_l^c)/2$ ,  $s_l = (R_l^c - L_l^c)/2$  sedangkan domain derajat keanggotaan konsekuen-nya adalah  $[L_l, R_l]$ , sehingga  $h_l = (L_l + R_l)/2$  dan  $\Delta_l = (R_l - L_l)/2$ .

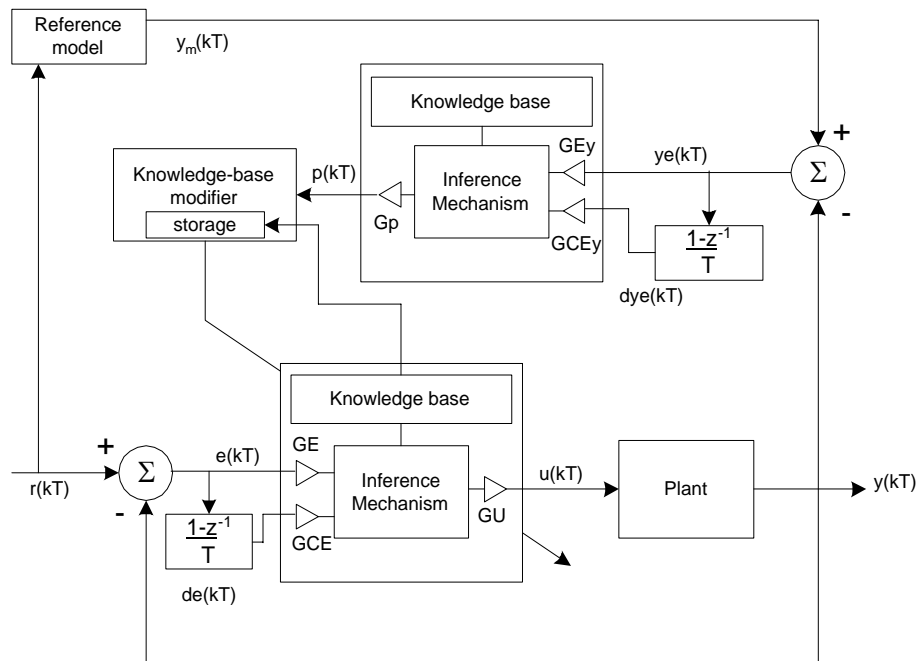
Nilai tegas yang diperoleh dari ketiga jenis pereduksi adalah

$$y = \frac{y_{ki} + y_{ka}}{2} \quad (32)$$

## 2.5 Struktur Fuzzy Adaptif Acuan Model

Pengendali fuzzy adaptif acuan model merupakan pengendali dengan parameter yang dapat diubah, serta memiliki mekanisme untuk proses penalaan parameternya berdasarkan model acuan yang digunakan. Model acuan ini merepresentasikan perilaku sistem lingkaran tertutup yang ingin dihasilkan. Dalam struktur pengendali jenis ini, tidak diperlukan identifikasi sistem.

Parameter yang ditala dalam proses adaptif adalah titik tengah fungsi keanggotaan konsekuen. Struktur pengendali jenis ini ditampilkan pada Gambar 7.



**Gambar 7** Blok pengendali *fuzzy* adaptif acuan model [11].

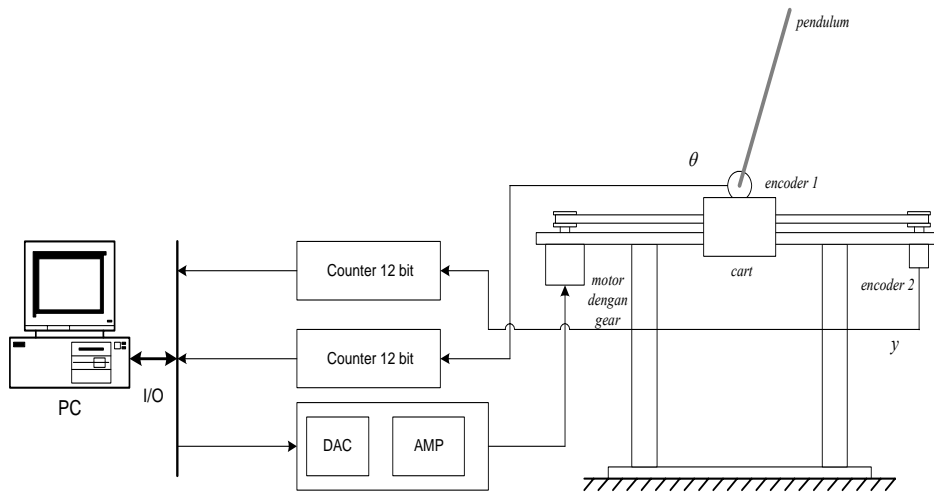
Secara garis besar proses adaptasi tersebut terjadi dalam dua langkah, yaitu:

1. Menentukan seluruh kaidah yang aktif ketika proses pengendalian berlangsung. Kaidah yang aktif dikenali dengan hasil minimum dari  $(\mu(e(kT-T), c(kT-T)) > 0$ .
2. Menala titik tengah fungsi keanggotaan kaidah yang aktif dengan menambahkan  $p(kT)$ . Jika mula-mula titik tengah bernilai  $b_m$ , maka setelah dilakukan pergeseran diperoleh  $b_m(kT) = b_m(kT - T) + p(kT)$ , selanjutnya hasilnya disimpan sebagai basis kaidah yang baru.

### 3 Plant Pendulum Terbalik

Dalam makalah ini disajikan penerapan sistem kendali adaptif *fuzzy* bertipe 2 pada *plant* pendulum terbalik. Pendulum terbalik dipilih berdasarkan dua pertimbangan: 1) model *plant* bersifat nonlinier dan 2) telah menjadi *benchmark*

dalam literatur sistem kendali. Perangkat keras sistem pendulum terbalik diperlihatkan pada Gambar 8. Tujuan pengendalian dalam sistem ini adalah untuk menjaga sudut pendulum pada 0 rad serta posisi *cart* pada 0 meter dengan massa pendulum yang tetap. Sistem kendali untuk pendulum terbalik ini menggunakan dua buah sensor dalam bentuk encoder, masing-masing untuk mengukur besarnya sudut pendulum dan posisi *cart*. Dua buah counter, masing-masing terdiri atas 12 bit, digunakan untuk akuisisi data pengukuran ini ke PC. Aktuator sistem kendali berupa motor dengan gear yang akan menggerakkan *cart*. Sinyal kendali ke aktuator ini dibangkitkan oleh PC melalui DAC dan penguat elektronik(AMP).



**Gambar 8** Plant pendulum terbalik.

Sistem pendulum terbalik memiliki persamaan dinamik sebagai berikut :

$$(M + m)\ddot{r} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta + C_c\dot{r} = k_t u \quad (33)$$

$$ml^2\ddot{\theta} + J\ddot{\theta} + ml\ddot{r}\cos\theta + C_p\dot{\theta} - mgl\sin\theta = 0 \quad (34)$$

dimana:

$g$  : gravitasi bumi ( $\text{m.s}^{-2}$ )

$l$  : jarak pusat ke titik massa pendulum (m)

$C_p$  : konstanta gesekan rotasi ( $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ )

$C_c$  : konstanta gesekan translasi ( $\text{kg.s}^{-1}$ )

$m$  : massa pendulum (kg)

$r$  : posisi *cart* (m)

$\theta$  : sudut pendulum (rad)

$k_t$  : konstanta torsi (N/volt)

$u$  : tegangan yang diberikan ke motor (volt).

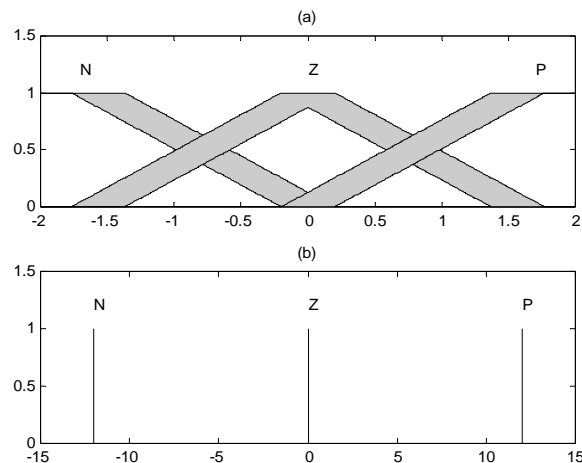
Nilai parameter yang terlibat pada Persamaan (33) dan (34) diperlihatkan pada Tabel 1.

**Tabel 1** Parameter pendulum terbalik.

Parameter	Pengertian	Nilai
$M$	Massa sistem <i>cart</i>	1,96 kg
$k_t$	Penguatan torsi	0,98 N/V
$C_c$	Koefisien gesekan translasi	16,3 kg/s
$J$	Inersia	0,000447 kg.m <sup>2</sup>
$l$	Jarak antara titik massa ke pusat	0,125 m
$C_p$	Koefisien gesekan rotasi	0,000402 kg.m <sup>2</sup> /s
$m$	Massa pendulum	0,045 kg
$g$	Percepatan gravitasi	9,8 m/s <sup>2</sup>

#### 4 Rancangan Pengendali Fuzzy

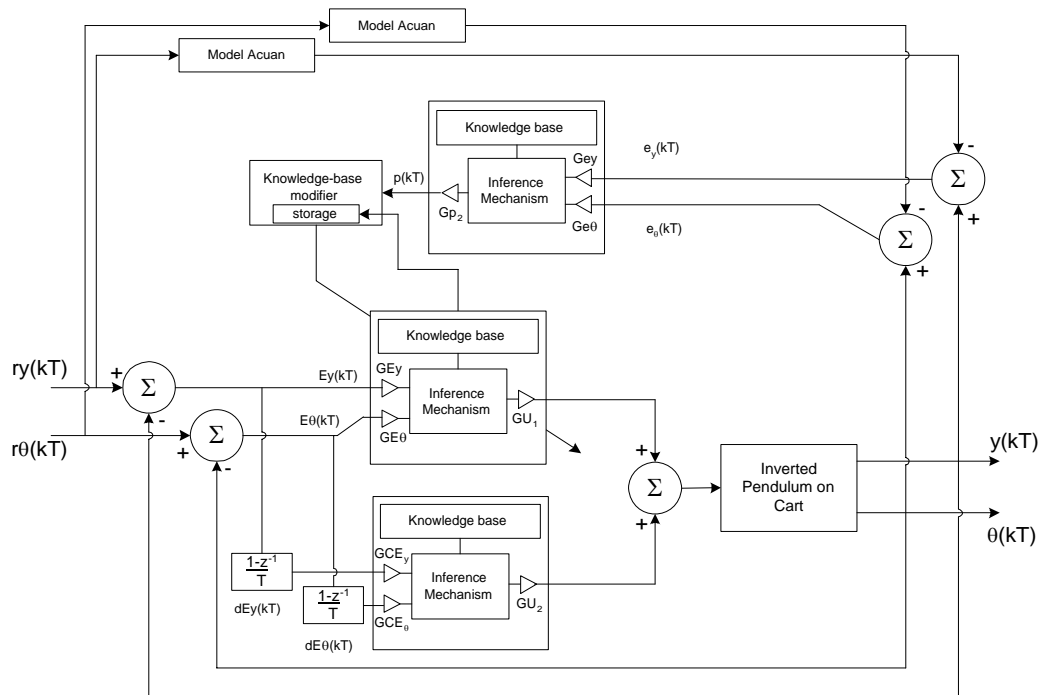
Pengendali *fuzzy* adaptif dirancang berdasarkan diagram blok seperti pada Gambar 10. Sistem logika *fuzzy* yang digunakan sebagai pengendali maupun mekanisme adaptasi memiliki kaidah dan fungsi keanggotaan yang sama, hanya berbeda dalam skala penguatannya. Fungsi keanggotaan yang digunakan memiliki bentuk seperti diperlihatkan pada Gambar 9. Fungsi keanggotaan masukan berbetuk interval dan semesta pembicaraannya dipartisi menjadi tiga buah set *fuzzy* yang mewakili Negative (N), Zero(Z) dan Positive(P). Fungsi keanggotaan keluaran berbetuk singleton, masing-masing mewakili Negative (N), Zero(Z) dan Positive(P). Kaidah *fuzzy* dikonstruksi seperti pada Tabel 2. Kaidah *fuzzy* ini mencerminkan strategi kendali secara kualitatif untuk mencapai respons sistem lingkaran tertutup yang ideal.



**Gambar 9** Fungsi keanggotaan masukan dan keluaran.

**Tabel 2** Kaidah *fuzzy*.

		Perubahan <i>Error</i>		
<i>Error</i>		N	Z	P
	N	N	N	Z
	Z	N	Z	P
	P	Z	P	P

**Gambar 10** Blok sistem kendali *fuzzy* adaptif.

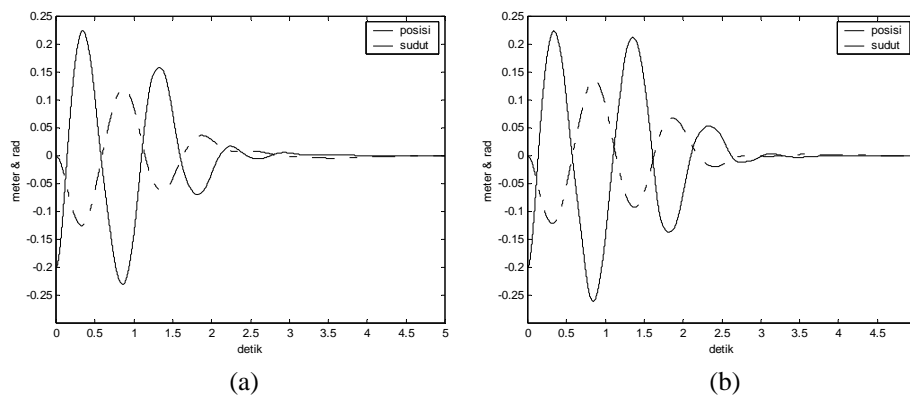
## 5 Hasil Simulasi

Besarnya penguatan untuk pengendali *fuzzy* (arah maju) adalah  $GE_\theta=5,19$ ,  $GE_y=5$ ;  $GU_1=-2,5$ ;  $GCE_\theta=2,75$ ,  $GCE_y=0,75$ ; dan  $GU_2=-2,5$ . Sedangkan penguatan untuk mekanisme adaptasi (sistem *fuzzy* dengan arah mundur) adalah  $Ge_\theta=5,19$ ,  $Ge_y=5$ ;  $Gp_2$  (konstanta adaptasi)=0.002. Lebar pita fungsi keanggotaan *fuzzy* bertipe-2 interval adalah 0,3. Hasil simulasi ditampilkan dalam Gambar 11. Pada gambar ini ditampilkan respons sistem kendali adaptif



*fuzzy* bertipe-1 dan bertipe-2. Kinerja yang dihasilkan oleh sistem kendali ditampilkan pada Tabel 3.

Pengendali adaptif *fuzzy* bertipe-2 interval memiliki kinerja yang lebih baik dari yang bertipe-1, karena pengendali jenis ini memiliki kemampuan lebih baik dalam menekan osilasi sudut pendulum. Hal ini menghasilkan nilai  $IAE_s$  (*Integral Absolute Error* untuk sudut) dan  $IAE_j$  (*Integral Absolute Error* untuk posisi) yang lebih kecil. Pengendali *fuzzy* bertipe-2 interval juga membutuhkan sinyal kendali yang relatif lebih kecil, sebagaimana diperlihatkan oleh nilai  $IAC$  (*Integral Absolute Control*) pada Tabel 3.



**Gambar 11** Tanggapan sistem kendali *inverted pendulum on cart*, menggunakan pengendali adaptif: (a) *fuzzy* bertipe 1, (b) *fuzzy* bertipe 2 interval.

**Tabel 3** Kinerja sistem kendali pendulum terbalik

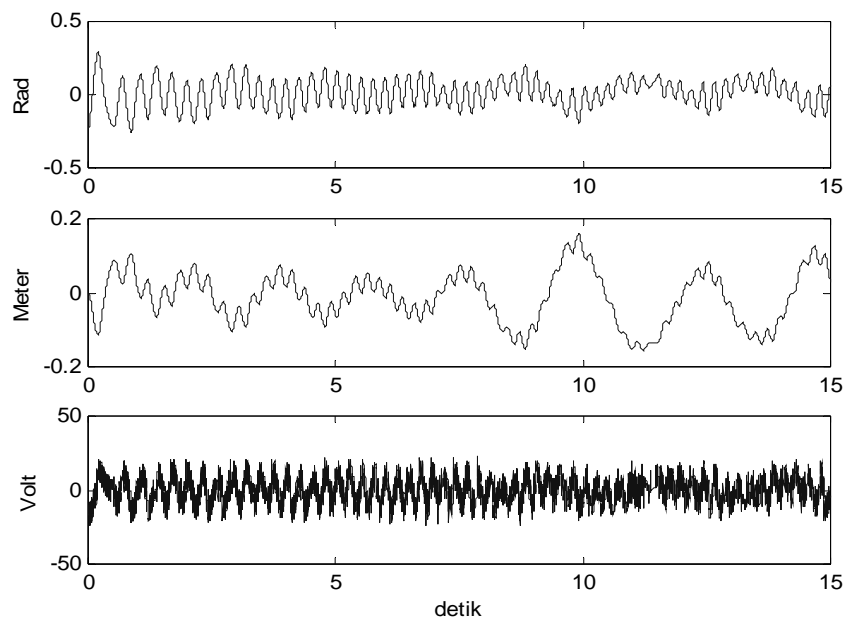
Tipe	$IAE_s$	$IAE_j$	$IAC$
Tipe-1	0,29	0,15	18,76
Tipe-2	<b>0,24</b>	<b>0,13</b>	<b>14,76</b>

## 6 Hasil Eksperimen

*Setup* eksperimen sistem kendali adaptif *fuzzy* untuk pendulum terbalik diperlihatkan pada Gambar 8. Besarnya penguatan untuk pengendali *fuzzy* (arah maju) adalah  $GE_\theta=5,19$ ,  $GE_y=5$ ;  $G_{U1}=-1,3$ ;  $GCE_\theta=2,75$ ,  $GCE_y=0,75$ ; dan  $G_{U2}=-1,3$ . Sedangkan penguatan untuk mekanisme adaptasi (sistem *fuzzy* dengan arah mundur) adalah  $Ge_\theta=5,19$ ,  $Ge_y=5$ ;  $Gp2(konstanta adaptasi)=0.004$ . Lebar pita fungsi keanggotaan *fuzzy* bertipe-2 interval adalah 0,3. Hasil eksperimen ditampilkan dalam Gambar 12 untuk sistem kendali adaptif *fuzzy* bertipe-1 dan Gambar 13 untuk sistem *fuzzy* bertipe-2. Munculnya osilasi pada hasil eksperimen terutama disebabkan adanya fenomena

nonlinieritas yang berupa saturasi dan *backlash* yang tidak termodelkan dalam simulasi.1. Kinerja sistem kendali yang dihasilkan ditampilkan pada Tabel 4.

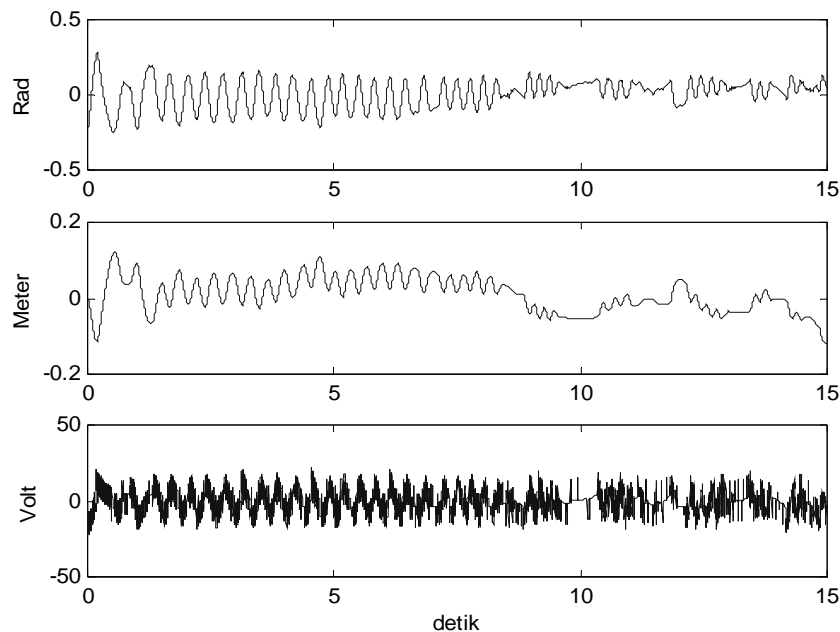
Dari hasil eksperimen (Gambar 12 dan 13), dapat dilihat bahwa pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-2 interval memiliki kinerja yang lebih baik dari yang bertipe-1. Dengan kondisi awal sudut adalah  $-0,2$  radian, osilasi sudut pendulum semakin kecil, demikian juga halnya dengan posisi kereta. Tanggapan posisi kereta dengan menggunakan pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-1 terlihat berosilasi dengan magnituda yang cukup besar di akhir waktu simulasi. Dari hasil eksperimen ini, dapat dilihat juga bahwa pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-2 interval menghasilkan gaya yang lebih kecil (Tabel 4).



**Gambar 12** Tanggapan sistem kendali pendulum terbalik, menggunakan pengendali *fuzzy* adaptif bertipe 1 (atas: sudut simpangan, tengah: posisi simpangan, bawah: tegangan sinyal kendali).

**Tabel 4** Kinerja sistem kendali pendulum terbalik.

Tipe	$IAE_s$	$IAE_j$	$IAC$
Tipe 1	405,81	291,32	1.454,2
Tipe 2	<b>398,99</b>	<b>196,29</b>	<b>1.020,4</b>



**Gambar 13** Tanggapan sistem kendali pendulum terbalik, menggunakan pengendali *fuzzy* adaptif bertipe 2 interval (atas: sudut simpangan, tengah: posisi simpangan, bawah: tegangan sinyal kendali)

## 7 Kesimpulan

Makalah ini telah mendiskusikan metoda perancangan sistem kendali *fuzzy* bertipe-2 interval. Mekanisme pengendalian dilakukan secara adaptif dengan menggunakan acuan model. Berdasarkan hasil simulasi dan eksperimen pada sistem pendulum terbalik telah diperlihatkan bahwa Pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-2 interval memiliki kinerja (*IAEs*, *IAEj* dan *IAF*) yang lebih baik dibandingkan pengendali *fuzzy* adaptif bertipe-1. Meskipun demikian, peningkatan kinerja pada pengendali adaptif bertipe-2 ini perlu dibayar dengan beban komputasi yang relatif lebih tinggi. Penelitian lebih lanjut dapat diarahkan pada upaya mereduksi beban komputasi ini.

## Daftar Pustaka

1. Karnik, N.N., Mendel, J.M., Liang, Q., *Type-2 Fuzzy Logic Systems*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 7, hal. 643 – 658(1999).
2. Mann, George, K.I, Hu, Bao-Gang, Gosine, Raymond.G., *Analysis of Direct Action Fuzzy PID Controller Structures*, IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics, Vol. 29, hal 371 – 387(1999).

3. Liang, Q., Mendel, J.M., *Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 8, 535 – 550(2000).
4. Mendel, J.M., John, R.I.B., *Type-2 fuzzy sets made simple*; IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, Issue 2, hal 117-127(2002).
5. Mendel, J.M., Computing derivatives in interval type-2 fuzzy logic systems. IEEE T. Fuzzy Systems 12(1): 84-98 (2004).
6. Hagra, H.A., *A hierarchical type-2 fuzzy logic control architecture for autonomous mobile robots*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Volume 12, hal 524-539 (2004).
7. Åström, K.J., Wittenmark, B., *Adaptive Control*, Addison-Wesley (1995).
8. Bosh, P.P.J. Van Den., Klauw, A.C. Van der., *Modeling, Identification and Simulation of Dynamical Systems*, CRC Press (1994).
9. Franklin, Gene F., Powell, J. David., Emami-Naeni, Abbas., *Feedback control Of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, hal. 24-28 (1994).
10. Jang, J.S.R., Sun, C.T., Mizutani,E., *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Prentice-Hall International (1997).
11. Passino, K.M., Yurkovich, S., *Fuzzy Control*, Addison-Wesley (1998).